МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ САРАТОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Вольский филиал
государственного автономного профессионального образовательного учреждения
Саратовской области
«Базарнокарабулакский техникум агробизнеса»

Проверка и оценка сообщений по темам учебной дисциплины
ОУД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия
для всех специальностей технического профиля
на базе основного общего образования
с получением среднего общего образования

Комплект контрольно-оценочных средств

Экзамен 1.

Практическая часть экзамена

Решение задач по темам:
4.2. Производная
4.3. Первообразная и интеграл
6.4. Измерения в геометрии.

Цель работы: определение умений и знаний студентов по указанным темам.
Оборудование: варианты заданий
Выполнение работы:

1 вариант
I. Найти производные следующих функций:
1.$y = 2x^3 + 3x + 8$. Найти $y'(0), y'(1)$
2. $y = x^4 - 3x^2 - 2x + 1$. Найти $y'(0), y'(1)$
3. $y = x^4 + x^3 + 5^2$. Найти $y'(0), y'(1)$
4. $y = 5tg\ x - 6ctg\ x$
5. $y = 2e^x + \ln x$
6. $y = x - tg\ x$
7. $y = x^2 - ctgx$
8. $y = \ln x + 4\sin x$
9. $y = 2x + x^2 - 15\sin x$
10. $y = 2\sin x + 3\cos x$
II. Найти неопределенные интегралы:
11. $\int(4x - 9\,x^2)dx$
12. $\int(x^2 + 4x^3)dx$
13. $\int(15x^4 - 5\sin x)dx$
14. $\int(12^x - 4x)dx$
15. $\int(18\cos x + 5x^4)dx$
16. $\int\left(\frac{25}{cos^2\,x} - 4\sin x\right)dx$
17. $\int\left(\frac{7}{x} + 3x\right)dx$
18. $\int\left(\frac{14}{sin^2\,x} - 15^x\right)dx$
19. $\int(6 - 5e^x)dx$
20. $\int(\,15 - \frac{3}{x})\,dx$
III. Решить задачи:

21. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 куб.см воды и полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до 27 см. Найти объем детали.
22. В правильной четырехугольной пирамиде высота 6 см, боковое ребро 10 см. Найти объем пирамиды.
23. В цилиндрический сосуд налили 2000 куб.см воды, при этом уровень жидкости был 12 см. В воду погрузили деталь, уровень жидкости поднялся на 9 см. Найти объем детали.
24. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает 1/2 высоты. Объем жидкости 70 мл. Сколько жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?
25. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 2 раза?

Условия выполнения задания:
1. Место выполнения задания – учебный кабинет «Математика»;
2. Максимальное время выполнения задания: 1,5 часа.

Критерии оценки:
1. Производные производных элементарных функций найдены верно
2. Значение производной вычислено верно
3. Неопределенные интегралы найдены правильно
4. Взаимное расположение объектов в пространстве описано правильно
5. Чертежи многогранников и тел вращения выполнены правильно
6. Задачи на нахождение геометрических величин решены верно

ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА Показатели оценки результатов освоения программы учебной дисциплины		
Номер и краткое содержание задания	Объекты оценивания	Показатели оценки результата (требования к выполнению задания)
Вариант 1 **Часть I.** **Задание 1-10.** **Часть II.** **Задание 11-20.** **Часть III.** **Задание 21-25**	**П5.** Сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей **П2.** Сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий **П7.** Сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием **П1.** Сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке	Выполненные варианты соответствуют инструкции на выполнение задания и соотнесены с представленным эталоном.

Количество вариантов (пакетов) согласно заданий для экзаменующихся:
Задание № 1-10, 28 вариантов
Задание № 11-20, 28 вариантов
Задание № 21-25, 28 вариантов

Время выполнения каждого задания:
Задание № 1-10, 20 мин.
Задание № 11-20, 20 мин.
Задание № 21-25, 50 мин.

Условия выполнения заданий Место: кабинет математика
Эталон ответа

1 вариант

I. Найти производные следующих функций:

1. $y = 2x^3 + 3x + 8$. Найти $y'(0), y'(1)$	$y' = 6x^2 + 3$ *y'(0) = 3* *y'(1) = 6 + 3 =9*
2. $y = x^4 - 3x^2 - 2x + 1$. Найти $y'(0), y'(1)$	$y' = 4x^3 - 6x - 2$ *y'(0) = –2* *y'(1) = 4 – 6 – 2 = – 4*
3. $y = x^4 + x^3 + 5^2$. Найти $y'(0), y'(1)$	$y' = 4x^3 + 3x^2$ *y'(0) = 0* *y'(1) = 4 + 3 = 7*
4. $y = 5tg\ x - 6ctg\ x$	$y' = \frac{5}{\cos^2 x} + \frac{6}{\sin^2 x}$
5. $y = 2e^x + \ln x$	$y' = 2e^x + \frac{1}{x}$
6. $y = x - tg\ x$	$y' = 1 - \frac{1}{\cos^2 x}$
7. $y = x^2 - ctgx$	$y' = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$
8. $y = \ln x + 4\sin x$	$y' = \frac{1}{x} + 4cos\ x$
9. $y = 2x + x^2 - 15\sin x$	$y' = 2 + 2x - 15cos\ x$
10. $y = 2\sin x + 3\cos x$	$y' = 2\cos x - 3\sin x$

II. Найти неопределенные интегралы:

11. $\int(4x - 9x^2)dx = 2x^2 - 3x^3 + c$

12. $\int(x^2 + 4x^3)dx = \frac{x^3}{3} + x^4 + c$

13. $\int(15x^4 - 5\sin x)dx = 3x^5 + 5\cos x + c$

14. $\int(12^x - 4x)dx = \frac{12^x}{\ln 12} - 2x^2 + c$

15. $\int(18\cos x + 5x^4)dx = 18\sin x + x^5 + c$

16. $\int\left(\frac{25}{cos^2 x} - 4\sin x\right)dx = 25\ tg\ x + 4\cos x + c$

17. $\int\left(\frac{7}{x} + 3x\right)dx = 7\ln x + \frac{3}{2}x^2 + c$

18. $\int\left(\frac{14}{sin^2 x} - 15^x\right)dx = -14ctg\ x - \frac{15^x}{\ln 15}$

19. $\int(6 - 5e^x)dx = 6x - 5e^x + c$

20. $\int(15-\frac{3}{x})\,dx = 15x - 3\ \ln x + c$

III. Решить задачи:

21. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2300 куб.см воды и полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до 27 см. Найти объем детали.

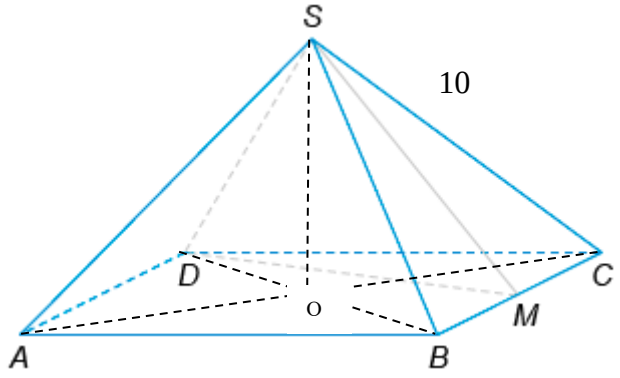
Решение:

Формула объема призмы $V = S_{осн} * h = S_{осн} * 25 = 2300$

Находим площадь основания: $S_{осн} = \frac{2300}{25} = 92\ (кв.см)$

Объем детали: $V_{дет} = S_{осн} * h = 92 * (27 - 25) = 184\ (куб.см)$

22. В правильной четырехугольной пирамиде высота 6 см, боковое ребро 10 см. Найти объем пирамиды.



Решение:

Формула объема пирамиды $V = \frac{1}{3}\ S_{осн} * h$

В основании пирамиды лежит квадрат. Чтобы найти его площадь, нужно найти сторону квадрата.

Для нахождения стороны квадрата воспользуемся теоремой Пифагора: треугольник SOC – прямоугольный, $OC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

AC – диагональ квадрата и AC = 2 * OC = 2 * 8 = 16

Воспользуемся еще раз теоремой Пифагора: $AC^2 = 2 * AB^2 = 16^2 = 256$

$S = AB^2 = \frac{256}{2} = 128$, значит $V = \frac{1}{3} * 128 * 6 = 256\ (куб.см)$

23. В цилиндрический сосуд налили 2000 куб.см воды, при этом уровень жидкости был 12 см. В воду погрузили деталь, уровень жидкости поднялся на 9 см. Найти объем детали.

Решение:

Формула объема цилиндра $V = S_{осн} * h = S_{осн} * 12 = 2000$

Находим площадь основания: $S_{осн} = \frac{2000}{12} = \frac{500}{3}\ (кв.см)$

Объем детали: $V_{дет} = S_{осн} * h = \frac{500}{3} * 9 = 1500\ (куб.см)$

24. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает 1/2 высоты. Объем жидкости 70 мл. Сколько жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

Решение:

Формула объема конуса $V = \frac{1}{3}\ S_{осн} * h$

$V_1 = \frac{1}{3} * \pi * r^2 * h$

$$V_2 = \frac{1}{3} * \pi * R^2 * H$$

Используем, что $R = 2 * r$, $H = 2 * h$ и подставим в формулу для V_2:

$$V_2 = \frac{1}{3} * \pi * (2 * r)^2 * 2 * h = \frac{1}{3} * \pi * r^2 * h * 8 = 70 * 8 = 560 \text{ (мл)}$$

25. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 2 раза?
Решение:

Формула объема шара $V = \frac{4}{3}\pi * R^3$

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi * R^3$$
$$V_2 = \frac{4}{3}\pi * (2 * R)^3 = \frac{4}{3}\pi * R^3 * 8$$
Значит, объем шара увеличится в 8 раз.

Рекомендации по проведению оценки:

1. Ознакомьтесь с заданиями для экзаменующихся, объектами оценки и показателями оценки.

ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА Показатели оценки результатов освоения программы учебной дисциплины		
Номер и краткое содержание задания	Оцениваемые компетенции	Показатели оценки результата (требования к выполнению задания)

1. Решите уравнени $\log_{1/4}(x^2-3x)=-1$. 2. Найдите значение производной функции $y=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0=1$. 3. Найдите точку минимума функции $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+2$. 4. Решите уравнение $\sqrt{15x^2-x+12}=4x$. 5. Найдите наибольшее значе функции $y=15x-\sqrt{x}$; на отр $[4;8]$. 6. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями $y=x^2$, $y=0$, $x=4$; 1. Решите уравнение $\log_3(x^2+8x)=2$. 2. Найдите значение производной функции $y=\sqrt{x}\cdot\ln x$	**У11.** Решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы **У15.** Находить производные элементарных функций **У16.** Использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков **У17.** Применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения **У18.** Вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла **З5.** Знать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности	Выполненные варианты соответствуют инструкции на выполнение задания и соотнесены с представленным эталоном.

в точке $x_0 = 1$. 3.Найдите точку максимума функции $y = x^4 + \frac{8}{3}x^3 - 6x^2 - 3$. 4.Решите уравнение $\sqrt{8x^2 + 4x + 5} = 3x$. 5. Найдите наименьшее значение функции $y = 16x - 2\sqrt{x}$; на отрезке $[4;25]$. 6. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = -3$;		

Количество вариантов (пакетов) согласно заданий для экзаменующихся:
Задание № 1, 2 варианта
Задание № 2, 2 варианта
Задание № 3, 2 варианта
Задание № 4, 2 варианта
Задание № 5, 2 варианта
Задание № 6,2 варианта

Время выполнения каждого задания:
Задание №1, 90 мин.
Задание №2, 90 мин.
Задание №3, 90 мин.
Задание №4, 90 мин.
Задание №5, 90 мин.
Задание №6, 90 мин.

Условия выполнения заданий
Место: кабинет математика

Эталон ответа

1 вариант

1. $\log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 3x) = -1$

$x^2 - 3x = (\frac{1}{4})^{-1}$
$x^2 - 3x = 4$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

Д = 9 + 16 = 25

$x_1 = \frac{3+5}{2} = 4$

$x_2 = \frac{3-5}{2} = -1$

2. $y' = \frac{(\ln x) * \sqrt{x} - \ln(\sqrt{x})'}{(\sqrt{x})^2}$

$y' = \frac{\frac{1}{x} * \sqrt{x} - \ln\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}$

$y' = \frac{\frac{2\sqrt{x} * \sqrt{x} - \ln x}{2x\sqrt{x}}}{x} = \frac{2x - \ln x}{2x^2\sqrt{x}}$

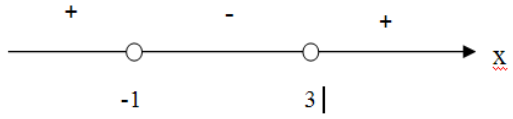
$y'(1) = \frac{2 * 1 - \ln 1}{2 * 1^2 * \sqrt{1}} = \frac{2-0}{2} = 1$

3. $y' = x^2 - 2x - 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

Д = 4 + 12 = 16

$x_1 = \frac{2+4}{2} = 3$ $\quad x_2 = \frac{2-4}{2}$=-1



$x_{min} = 3$

$y_{min} = \frac{1}{3} * 3^3 - 3^2 - 3 * 3 + 2 = 9 - 9 - 9 + 2 = -7$

4. $15x^2 - x + 12 = 16x^2$

$15x^2 - x + 12 - 16x^2 = 0$

$-x^2 - x + 12 = 0$

$x^2 + x - 12 = 0$

Д = 1 + 24 = 25

$x_{1=\frac{-1+5}{2}=2}$ $\quad x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$

5. $y' = 15 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad$ [4; 8]

$15 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$

$\frac{30\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}}$=0 $\quad x \neq 0$

$30\sqrt{x} - 1 = 0$

$30\sqrt{x} = 1$

$\sqrt{x} = \frac{1}{30}$

$x = \frac{1}{900} \notin [4; 8]$

$y(4) = 15 * 4 - \sqrt{4} = 60 - 2 = 58$

$y(8) = 15 * 8 - \sqrt{8} = 120 - \sqrt{8} = 120 - 3 = 117$

$\sqrt{8} \approx 3$

$y(8) = 117$ наибольшее значение

6. $\int_0^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \oint_0^4 = \frac{4^3}{3} = \frac{64}{3} = 21\frac{1}{3}$ кв. ед.

2 вариант

1. $\log_3(x^2 + 8x) = 2$

$x^2 + 8x = 3^2$

$x^2 + 8x - 9 = 0$

Д = 64 + 36 = 100

$x_1 = \dfrac{-8 + 10}{2} = 1$

$x_2 = \dfrac{-8 - 10}{2} = -9$

2. $y' = (\sqrt{x})' * \ln x + \sqrt{x} * (\ln x)'$

$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} * \ln x + \sqrt{x} * \dfrac{1}{x} = y' = \dfrac{\ln x}{2\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x}}{x}$

$y' = \dfrac{x \ln x + 2\sqrt{x} * \sqrt{x}}{2\sqrt{x} * x} = y' = \dfrac{x * \ln x + 2x}{2\sqrt{x} * x}$

$y' = \dfrac{x(\ln x + 2)}{2\sqrt{x} * x}$

$y' = \dfrac{\ln x + 2}{2\sqrt{x}}$

3. $y' = x^3 + 8x^2 - 12x$

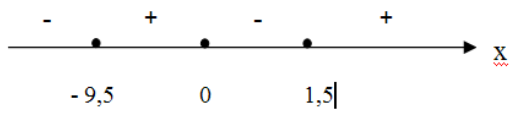
$x^3 + 8x^2 - 12x = 0$

$x(x^2 + 8x - 12) = 0 \qquad x_1 = 0$

$x^2 + 8x - 12 = 0$

Д = 64 + 48 = 122 $\qquad \sqrt{122} \approx 11$

$x_2 = \frac{-8+11}{2} = -1{,}5 \qquad x_3 = \frac{-8-11}{2} = -9{,}5$



$x_{max} = 0$

$y_{max} = 0^4 + \dfrac{8}{3} * 0^3 - 6 * 0^2 - 3 = 3$

4. $8x^2 + 4x + 5 = 9x^2$

$8x^2 + 4x + 5 - 9x^2 = 0$

$-x^2 + 4x + 5 = 0$

$x^2 - 4x - 5 = 0$

Д = 16 + 20 = 36

$x_1 = \dfrac{4 + 6}{2} = 5$

$x_2 = \frac{4-6}{2} = -1$

5. $y' = 16 - \frac{2}{2\sqrt{x}} = 16 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

$16 - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

$-\frac{1}{\sqrt{x}} = -16$

$\sqrt{x} = \frac{1}{16}$

$x = \frac{1}{256} \notin [4; 25]$

$y(4) = 16 * 4 - 2 * \sqrt{4} = 64 - 4 = 60$

$y(25) = 1625 - 2\sqrt{25} = 400 - 10 = 390$

$y(4) = 60 -$ наименьше значчие

6. $\int_{-3}^{0} x^2 dx = \frac{x^3}{3} \int_{-3}^{0} - \frac{(-3)^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$ кв.ед.

Рекомендации по проведению оценки:

1. Ознакомьтесь с заданиями для экзаменующихся, оцениваемые компетенциями и показателями оценки.